PHYSIQUE

N° d'enregistrement
au C. N. R. S.
8346

ARTICLE PRINCIPAL

recouvrant en partie la

THESE DE DOCTEUR INGENIEUR

présentée

A L'UNIVERSITE PARIS VI

par

Monsieur CORVIOLE Raymond

pour obtenir

le titre de DOCTEUR INGENIEUR

Sujet de la Thèse :

Méthode originale de mesure des coéfficients d'élasticité à la compression par emmanchement de bagues.

Soutenue le 27 AVRIL 1973

devant la Commission d'Examen :

Monsieur le Professeur SIESTRUNCK Président

Monsieur le Professeur VICHNIEVSKY Examinateurs

Monsieur CASSOU P. D. G. WABCO WESTINGHOUSE
COMPAGNIE DES FREINS ET SIGNAUX WESTINGHOUSE

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

INTRODUCTION.-

Ces dernières décennies, nous voyons apparaître une évolution dans le calcul des ensembles mécaniques. Jusqu'alors les calculs étaient conduits suivant la théorie de l'élasticité classique, puis un coefficient de sécurité très large était appliqué aux résultats trouvés avant de dessiner les ensembles. Cette méthode conduit à des ensembles lourds et onéreux.

Avec l'évolution de la théorie de la plasticité, il s'est créé une nouvelle technique de construction d'ensembles mécaniques que l'on pourrait définir comme travaillant en régime élasto-plastique. Dans cette technique, l'on profite notamment des propriétés d'accommodement des matériaux pour les utiliser au-delà de leur limite élastique (I). Par suite de sa rentabilité cette technique prendra de plus en plus d'extension. A titre d'exemple, on peut citer qu'un réservoir autofretté pour hautes pressions a une puissance élastique double de celle d'un réservoir à simple paroi d'égale épaisseur (2).

De tels ensembles, supposons les quasi statiques, peuvent être divisés en plusieurs zônes. Celles où les matériaux sont toujours restés en régime élastique avec des contraintes de compression ou de traction et celles où les matériaux ont flué et se retrouvent de nouveau par leur propriété d'accommodement, en régime élastique. La détermination de la limite de ces zônes est le point important dans le calcul de tels ensembles et doit être précise pour éviter les risques de rupture. Ce calcul est conduit en utilisant, comme en élasticité classique le module de YOUNG, le coefficient de POISSON et la limite élastique (I7).

Ces valeurs sont actuellement bien connues en traction et peuvent être facilement déterminées par tirage. Ce sont elles qui sont utilisées présentement. Nous pensons, toutefois, que les calculs pourront être affinés si au lieu d'utiliser ces valeurs pour les zônes en compression on utilisait les modules de YOUNG, les coefficients de POISSON et les limites élastiques à la compression.

Si les méthodes de mesure en traction sont assez variées, il n'existe pas de méthode précise pour leur mesure en compression, les résultats étant toujours faussés par la déformation du matériel de mesure. Nous chercherons dans cette étude à mettre au point une méthode originale de mesure de ces caractéristiques à la compression.

Le principe de cette méthode est de mesurer les déformations de deux bagues emmanchées l'une dans l'autre et d'en tirer le module de YOUNG et le coefficient de POISSON. Par emmanchement d'une série de bagues avec diverses valeurs de serrage, on peut déterminer également une limite élastique à la compression.

Soit une bague extérieure, dite frette, de caractéristiques bien connues et une bague intérieure, éprouvette, faite avec le matériau à tester, nous appellerons serrage, la différence entre le diamètre intérieur de la frette et le diamètre extérieur de l'éprouvette avant emmanchement. Nous appellerons striction intérieure SaI la différence de diamètre intérieur de l'éprouvette avant et après emmanchement. Nous appellerons striction extérieure Sb2, la différence de diamètre extérieur de la frette avant et après emmanchement. A ces strictions pourrait être éventuellement associé un signe algébrique suivant qu'il s'agit d'une réduction ou d'une augmentation de diamètre. Le calcul du module de YOUNG peut être fait soit d'après la striction intérieure SaI, soit d'après la striction extérieure Sb2. La comparaison des résultats nous permettra la mise au point de notre méthode.

.../...

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41543902_0024

L'on remarquera que les déformations de la frette, laquelle est pratiquement l'instrument d'essais, n'introduit pas d'erreur dans les résultats comme dans les autres méthodes; au contraire, ses déformations peuvent être mesurées et servir à contrôler les résultats obtenus sur l'éprouvette.

ESSAIS PRELIMINAIRES.

Nous notons quelques résultats obtenus lors d'une précédente recherche que nous avons faite sur les emmanchements de bagues.

Nous avons vu, qu'après emmanchement, le contact entre les deux bagues n'était pas parfait. Des forces d'emmanchement et d'extraction, nous avons tiré une valeur de contrainte longitudinale à l'interface des bagues. Nous avons constaté une bonne répétitivité et une faible dispersion des valeurs de force et de déformation.

D'autre part, nous avons établi les caractéristiques à la traction de onze matériaux sur des éprouvettes de traction que nous avons tirées des mêmes morceaux que nos bagues éprouvettes de compression.

Sans faire appel à des mesures aussi précises qu'avec un interféromètre optique pour la mesure des déformations, ce qui eut été difficile en raison de l'encombrement du matériel, nous avons tenté d'obtenir une meilleure précision qu'avec une machine normale en effectuant les mesures d'allongement et de diminution de largeur directement sur l'éprouvette en cours de tirage. Nous avons effectué le tirage sur une machine Trayvou, qui a l'avantage de donner les valeurs de force de traction par un dispositif de balance à fléaux, couteaux, et masse oscillante. Nous risquions moins de dérive en cours d'expérimentation qu'avec une machine hydraulique ou électronique. Nous l'avons étalonnée avec un dynamomètre à anneau récemment vérifié au Laboratoire du CNAM, sur un portique à masses suspendues.

ETUDE MATHEMATIQUE.

Lorsque l'on emmanche deux bagues l'une dans l'autre, il s'y produit des contraintes réparties dans les deux bagues et des déformations en longueur et en diamètre.

Le premier but de ce chapitre est de définir en fonction des déformations expérimentales et des coefficients d'élasticité de la frette, la valeur des coefficients d'élasticité à la compression de la bague intérieure qui sert d'éprouvette, et ceci par des formules simples et facilement exploitables.

Le calcul est effectué en prenant pour hypothèses simplificatrices que les bagues sont libres de se déformer suivant l'axe des Z, les contraintes longitudinales sont nulles, les matériaux homogènes et isotropes.

Nous ne nous étendrons pas sur les mises en équations en coordonnées cylindriques (I4), ni sur leur application à des bagues emmanchées qui fait l'objet d'une littérature déjà abondante (3) (I3).

Soit la bague intérieure :

- Da_1 et Da_2 = diamètre intérieur et extérieur
- Ea et ν_a son module de Young et son coefficient de POISSON à la compression

.../...

Soit la bague extérieure :

- D_{b1} et D_{b2} = diamètre intérieur et diamètre extérieur
- Eb et ν_b son module de YOUNG et son coefficient de POISSON à la traction
- Sab = $D_{b1} - D_{a2}$ = serrage des deux bagues.
- et en utilisant les modules dimensionnels (4)

$$Q_a = \frac{D_{a2}^2 + D_{a1}^2}{D_{a2}^2 - D_{a1}^2} \qquad Q_b = \frac{D_{b2}^2 + D_{b1}^2}{D_{b2}^2 - D_{b1}^2} \quad \text{avec } D_{b1} \simeq D_{a2}$$

Les strictions sont :

$$S_{a1} = \frac{-D_{a1}}{D_{a2}} S_{ab} \frac{Q_a + 1}{E_a \left(\frac{Q_a - \nu_a}{E_a} + \frac{Q_b + \nu_b}{E_b} \right)}$$

$$S_{b2} = \frac{D_{b2}}{D_{a2}} S_{ab} \frac{Q_b - 1}{E_b \left(\frac{Q_a - \nu_a}{E_a} + \frac{Q_b + \nu_b}{E_b} \right)}$$

De ces deux équations nous tirons deux modes de calcul de Ea :

$$E_{aI} = E_b \left\{ \frac{Q_a + 1}{Q_b + \nu_b} \frac{D_{a1} S_{ab}}{D_{a2} S_{a1}} - \frac{Q_a - \nu_a}{Q_b + \nu_b} \right\}$$

$$E_{aII} = \frac{E_b S_{b2} D_{a2} (Q_a - \nu_a)}{D_{b2} S_{ab} (Q_b - 1) - D_{a2} S_{b2} (Q_b + \nu_b)}$$

Des formules $Ea = f(S_{a1})$ et $Ea = f(S_{b2})$, nous étudions l'influence des paramètres utilisés sur la précision des résultats. Nous concluons d'utiliser une frette avec un module de Young le plus fort possible.

L'influence de la valeur du diamètre intérieur de la bague sur la précision de Ea_I et l'influence de la valeur du diamètre extérieur de la frette sur la précision de Ea_{II} sont opposées.

Par optimisation numérique, nous constatons que le module dimensionnel de la bague doit être le même que celui de la frette. Nous adoptons les dimensions optimales suivantes :

- une frette en acier traité avec $E_b \simeq$ 20.000
  Ø int. = 48 mm Ø ext. = 72 mm long = 30 mm
- les bagues à éprouver :
  Ø int = 32 mm Ø ext. = 48 mm long = 30 mm

.../...

Pour ces dimensions les valeurs obtenues de Ea seront suffisamment précises pour confirmer la justesse des valeurs de Ea . Elles atteindront la même précision que celle de Ea lorsque la matière éprouvée aura sensiblement le même module de YOUNG que la frette.

Les hypothèses simplificatrices ci-dessus risquent d'introduire des erreurs dans les résultats finals, notamment, elles ne permettent pas l'introduction du champ de contraintes longitudinales à la limite des deux bagues. Nous rétablissons les calculs en ne considérant plus les glissements ε_{13} et les contraintes longitudinales nulles .

Nous ne détaillons pas ici ces calculs, mais nous indiquons les passages intéressants :

Nous calculons facilement les deux équations aux dérivées partielles qui définissent les composantes radiales U_1 et longitudinales U_3 du déplacement :

$$(1-\nu)\left[\frac{\partial^2 U_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U_1}{\partial r} - \frac{U_1}{r}\right] + \frac{1-2\nu}{2}\frac{\partial^2 U_1}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_3}{\partial r \partial z} = 0$$

$$(1-\nu) r \frac{\partial^2 U_3}{\partial z^2} + \frac{1-2\nu}{2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial U_3}{\partial r}\right] + \frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{\partial U_1}{\partial z}\right] = 0$$

Au lieu de rechercher la solution générale de ces deux équations par une méthode numérique, ce qui ne conviendrait pas à la suite de notre problème, nous leur appliquons les conditions de parité :

U_1 paire en z et impaire en r

$\partial U_3/\partial z$ paire en z et en r.

Les seules solutions de ces équations qui remplissent ces conditions sont :

$$U_1 = a_0/r + a_1 r$$

$$U_3 = a_3 + a_2 z + a_4 \log r$$

Les essais préliminaires nous ont permis d'évaleur la valeur globale des contraintes à l'interface lorsque ces bagues avaient été emmanchées à force. Il est logique de penser que si les deux bagues sont frettées par dilatation thermique, les valeurs des contraintes seront sensiblement les mêmes dans les deux zônes où les bagues glissent l'une par rapport à l'autre. Vers le centre, les contraintes longitudinales seront nulles puis croissantes en sens opposé jusqu'aux deux zônes de glissement. Les conditions aux limites peuvent alors être définies comme suit :

<u>Pour la bague intérieure</u> de longueur 2 L nous avons un champ de forces en r2 suivant :

Pour la partie centrale sans glissement :

$z \in [-l, +l]$: $\tau_{\vec{z}} = -\frac{k}{l} p_z \vec{z}$

Pour les deux parties extrémales avec glissement :

$z \in [-L, -l]$ et $[+l, +L]$: $\tau_{\vec{z}} = -\frac{k}{l} p_{\vec{z}}$

nous écrivons : $\frac{k}{l} = K$

.../...

Les contraintes sur la surface $r = r_{a2}$ sont :

Pour la partie centrale :

$$\sigma_{11} = -P \qquad \sigma_{33} = -KP \qquad \sigma_{13} = \alpha(z)$$

Pour les parties extrémales

$$\sigma_{11} = -P \qquad \sigma_{33} = 0 \qquad \sigma_{13} = \alpha(z)$$

Pour la bague extérieure les contraintes à la surface $r = r_{b1}$

Pour la partie centrale :

$$\sigma_{11} = -P \qquad \sigma_{33} = +KP \qquad \sigma_{13} = \alpha(z)$$

Pour les parties extrémales :

$$\sigma_{11} = -P \qquad \sigma_{33} = 0 \qquad \sigma_{13} = -\alpha(z)$$

En appliquant ces conditions aux limites aux équations précédentes, nous obtenons pour la partie centrale :

$$S_{a1} = \frac{-D_{a1}\,\delta_{ab}\left\{\left(1-\frac{\nu_a K}{2}\right)(Q_a+1) - \left(\frac{1-\nu_a}{2}\right)K\,(Q_a-1)\right\}}{D_{a2}\,E_a\left\{\frac{Q_a-\nu_a}{E_a} + \frac{Q_b+\nu_b}{E_b} - \frac{\nu_a K}{2E_a}(Q_a+1) + \frac{\nu_b K}{2E_b}(Q_b-1)\right\}}$$

$$S_{b2} = \frac{D_{b2}\,\delta_{ab}\left\{\left(1+\frac{\nu_b K}{2}\right)(Q_b-1) + \left(\frac{1-\nu_b}{2}\right)K\,(Q_b+1)\right\}}{D_{a2}\,E_b\left\{\frac{Q_a-\nu_a}{E_a} + \frac{Q_b+\nu_b}{E_b} - \frac{\nu_a K}{2E_a}(Q_a+1) + \frac{\nu_b K}{2E_b}(Q_b-1)\right\}}$$

$$E_{aI} = -E_b\left[\frac{(Q_a-\nu_a) - \frac{\nu_a}{2}K\,(Q_a+1)}{(Q_b-\nu_b) + \frac{\nu_b}{2}K\,(Q_b-1)}\right] + \frac{E_b\,D_{a1}\,\delta_{ab}\left\{\left(1-\frac{\nu_a}{2}K\right)(Q_a+1) - \frac{1-\nu_a}{2}K(Q_a-1)\right\}}{D_{a2}\,S_{a1}\left\{(Q_b+\nu_b) + \frac{\nu_b}{2}K\,(Q_b-1)\right\}}$$

$$E_{aII} = \frac{E_b\,D_{a2}\,S_{b2}\left\{(Q_a-\nu_a) - \frac{\nu_a}{2}K\,(Q_a+1)\right\}}{S_{b2}\,D_{a2}\left\{(Q_b+\nu_b) + \frac{\nu_b}{2}K\,(Q_b-1)\right\}} \longrightarrow$$

$$\longleftarrow - D_{b2}\,\delta_{ab}\left\{(Q_b-1)\left(1+\frac{\nu_b K}{2}\right) + \frac{1-\nu_b}{2}K(Q_b+1)\right\}$$

Si l'on supposait que les conditions de la partie centrale s'étalaient sur toute la longueur 2 L des bagues, les allongements de la bague centrale seraient : $A_a = 2L\ \varepsilon_{33}$

$$A_a = \frac{-2L\,\delta_{ab}\left[Q_a K - \nu_a(Q_a-1)\right]}{D_{a2}\,E_a\left\{\frac{Q_a-\nu_a}{E_a} + \frac{Q_b+\nu_b}{E_b} - \frac{\nu_a K}{2E_a}(Q_a+1) + \frac{\nu_b K}{2E_b}(Q_b-1)\right\}}$$

.../...

d'où l'on tire le coefficient de POISSON de la bague centrale :

$$\nu_a = \frac{A_a D_{a2} \left[Q_a E_b + (Q_b + \nu_b) E_a + \frac{\nu_b}{2} K (Q_b - 1) E_a \right] + 2 L Q_a K E_b \delta_{ab}}{A_a D_{a2} E_b \left[\frac{K}{2} (Q_a + 1) + 1 \right] + 2 L (Q_a + 1) E_b \delta_{ab}}$$

Nous pourrons également calculer les distorsions :

$$\varepsilon_{13} = \frac{(-1+\nu)\ \tau_{a2}}{E\ \tau}\ \alpha(z)$$

Pour les deux parties extrémales, il nous suffit de faire K = 0 dans toutes les équations; nous constatons alors que les équations se réduisent à celles qui ont été calculées avec les hypothèses simplificatrices classiques.

Nous en concluons que :

- Les distorsions sont indépendantes des strictions et des allongements.
- Les contraintes à la limite des deux bagues peuvent être définies d'une part par un champ de cisaillement $\alpha(z)$ qui n'influe que les distorsions, et d'autre part par un champ de forces croissantes du centre des bagues à leur limite de glissement qui détermine un champ de contraintes de traction ou de compression. Ces dernières contraintes se répartissent d'une manière constante en tous sens dans la partie centrale des bagues. Lorsque la pression à l'interface croît, ces contraintes croissent, mais par contre la zône de non glissement diminue, ce qui laisse supposer une différence de déformation du même ordre pour tous les serrages. Nous ne connaissons pas la longueur de cette zône centrale de non glissement, mais elle a peu d'influence sur la valeur de la striction.
- Les distorsions des alésages sont constantes et plus importantes pour la partie centrale que pour les parties extrémales. Les distorsions sur les faces se traduisent par des surfaces coniques, de génératrice légèrement hyperbolique.
- Ces distorsions ajoutées aux strictions et allongements purs tels qu'ils sont établis par la théorie de l'élasticité linéarisée ne nous permettent pas de déterminer la valeur exacte des strictions internes et externes en fonction de la cote Z et de l'allongement en fonction du diamètre. L'expérimentation nous permettra de nous affranchir de cette difficulté.

ESSAIS D'EMMANCHEMENT DE BAGUES.

Dans cette dernière partie nous allons préciser notre méthode en la mettant en pratique.

Nous réaliserons les essais avec des moyens facilement accessibles à de nombreux utilisateurs: usinage des éprouvettes en mécanique fine, par rectification, sans superfinition; mesure dans des laboratoires de métrologie courante dans l'industrie et nous indiquerons le mieux possible les conditions d'essais.

Nous calculerons le module de YOUNG, le coefficient de POISSON et la limite élastique à la compression de nos éprouvettes à l'aide des formules que nous avons établies et en fonction des déformations que nous aurons mesurées.

Ce calcul n'est pas immédiat. Nous avons vu dans l'étude mathématique que les génératrices et les faces des bagues étaient déformées par distorsion. Ce fait nous a posé le problème de savoir où nous devions prendre nos mesures de strictions, c'est-à-dire à quel niveau de la génératrice des bagues et également à quels points de la surface conique nous devions prendre les allongements. Nous justifierons le choix que nous ferons en comparant les résultats obtenus par le calcul suivant la striction intérieure de la bague ou suivant le calcul par la striction extérieure de la frette et en analysant l'ensemble des courbes obtenues pour tous les matériaux que nous éprouvons.

NATURE DES ESSAIS.

METROLOGIE DES BAGUES AVANT EMMANCHEMENT.

Nous mesurons les dimensions des bagues sur Genevaise. Nous relevons leurs défauts géométriques sur machine Talyrond et la rugosité de leurs surfaces sur Talysurf. Nous tiendrons compte des défauts géométriques pour établir le serrage moyen.

EMMANCHEMENT DES BAGUES par dilatation des frettes de 200° à 400° et par refroidissement des bagues à l'azote liquide.

METROLOGIE DES ENSEMBLES EMMANCHES.

Nous remesurons les dimensions des bagues et frettes et nous relevons à nouveau leurs défauts géométriques de circularité pour la détermination exacte des strictions et des allongements. Nous relevons les déformations des génératrices et des faces; nous vérifions qu'elles correspondent aux calculs des distorsions.

CALCUL DU MODULE DE YOUNG A LA COMPRESSION.

- Nous établissons en fonction du serrage :
  - Les courbes de striction intérieure Sa_1 de la bague
  - Les courbes de striction extérieure Sb_2 de la frette
  - Les courbes de Module de YOUNG Ea_I calculé d'après les les strictions Sa_1
  - Les courbes de Module de YOUNG Ea_{II} calculé d'après les strictions Sb_2
- Nous analysons ces courbes afin de définir les valeurs à retenir pour le module de YOUNG de la bague et pour obtenir la limite élastique à la compression.

CALCUL DU COEFFICIENT DE POISSON A LA COMPRESSION.

- Nous établissons en fonction du serrage :
  - Les courbes des allongements des bagues intérieures
  - Les courbes de coefficient de POISSON calculé à l'aide du module de YOUNG retenu précédemment
  - Les courbes de coefficient de POISSON calculé à l'aide du module de YOUNG donné par chaque valeur de serrage utilise
- Nous analysons ces courbes pour définir la meilleure méthode et la valeur à retenir pour le coefficient de POISSON de la bague.
- Nous tenons compte de la constance des résultats en fonction des différents serrages pour en déduire le comportement rhéologique de certains des matériaux.
- Nous calculons les erreurs sur les résultats :
  - erreurs de mesures
  - erreurs dues aux divers paramètres utilisés
  - erreurs de calcul dues à l'utilisation du schéma simplifié.

.../...

DESCRIPTION DU MATERIEL D'ESSAIS.

- IO frettes en acier 35 NC I5 Traité:

  Module de YOUNG à la traction : I9 I70 ± 350
  Ø ext = 72 mm, Ø int = 48 mm, long = 30 mm

-5 ou IO bagues éprouvettes pour chaque matériau :

  Ø ext = 48 mm, Ø int = 32 mm, long = 30 mm

DESIGNATION et TRAITEMENT DES METAUX ESSAYES.

Nature	Traitement	Dureté mesurée
Acier 35 NC I5	Trempé à l'air 875 ° Revenu 600°	HB = 320 hbar = I06
Acier 35 NC I5	Recuit 875° Refroidissement lent	HB = 253 hbar = 85
Acier I6 NC 6	Trempé 875° Refroidissement lent	HB = 295 hbar = 95
Acier I6 NC 6	Recuit 875° Refroidissement lent	HB = I72 hbar = 6I
Laiton UZ 39 PbI	Ecroui (étiré)	HB = III
Laiton UZ 39 PbI	Recuit 650° / 700° Refroidissement à l'air	HB = 95,5
Bronze UE 9 P	Ecroui (comprimé)	HB = I43
Bronze UE 9 P	Recuit 650 ° / 700° Refroidissement à l'air	HB = 95,5
Duralumin AU 4 G	Trempé 490° eau froide Revenu plus d'une semaine à l'ambiance	HB = I25
Fonte aciculaire	Stabilisée par le fondeur	HB = 285
Acier Inox Z IO CN I8.09	Trempé à II00°	HB = I55

PRECISION DES MESURES.

- La circularité des alésages et des circonférences extérieures a été vérifiée sur machine Talyrond Modèle 5I à 0,0002 mm près.
- La géométrie des génératrices et des surfaces à l'extrémité des bagues a été vérifiée sur appareil Talysurf n° 3 avec traineau à 0,0005 mm près.
- Les mesures dimensionnelles ont été effectuées sur Genevaise Type Mul 320, par comparaison avec des cales étalons de la Précision Mécanique.

.../...

- Les températures du Laboratoire n'ont jamais dépassées les limites (20°,23°).. Les bagues ont été climatisées au moins 24 heures avant les prises de mesure.

  Chaque mesure a été répétée au moins trois fois à des espaces de temps suffisant pour ne pas être influencée par des variations de température en cours de manipulation. Les écarts des mesures, exception faite de quelques aberrations, n'ont jamais dépassés 0,00Imm
- Les moyennes retenues ont été établies par estimation sur les diagrammes de forme géométrique en fonction de 2 points de mesures moyennes. Compte tenu de l'erreur de mesure sur Genevaise et la valeur des défauts géométriques, ces moyennes sont évaluées à ± 0,00Imm.
- Les rugosités de surfaces ont été mesurées et relevées graphiquement sur appareil Talysurf n° 3.

RUGOSITE DES BAGUES.

Nous avons fait rectifier les bagues en demandant une rugosité de Ra = 0,3 m pour les surfaces de contact et de Ra = 0,8 pour les autres surfaces. Nous évitons ainsi, une superfinition très couteuse ou une augmentation des défauts de formes des génératrices par le rodage. La rugosité n'a été relevée systématiquement que sur les deux surfaces de contact : intérieur de frette et extérieur des bagues expérimentées. Elle est exprimée en µm Ra.

Matériaux	Rugosité µm
35 NC I5 Traité (Frette)	0,I à 0,I2
35 NC I5 Traité	0,2I à 0,30
35 NC I5 Recuit	0,23 à 0,30
I6 NC 6 Traité	0,2I à 0,30
I6 NC 6 Recuit	0,2I à 0,29
Laiton Ecroui	0,20 à 0,33
Laiton recuit	0,26 à 0,27
Bronze écroui	0,20 à 0,27
Bronze recuit	0,24 à 0,32
Fonte Aciculaire	0,20 à 0,27
Acier Inox	0,2I à 0,24
Duralumin AU 4 G	0,26 à 0,37

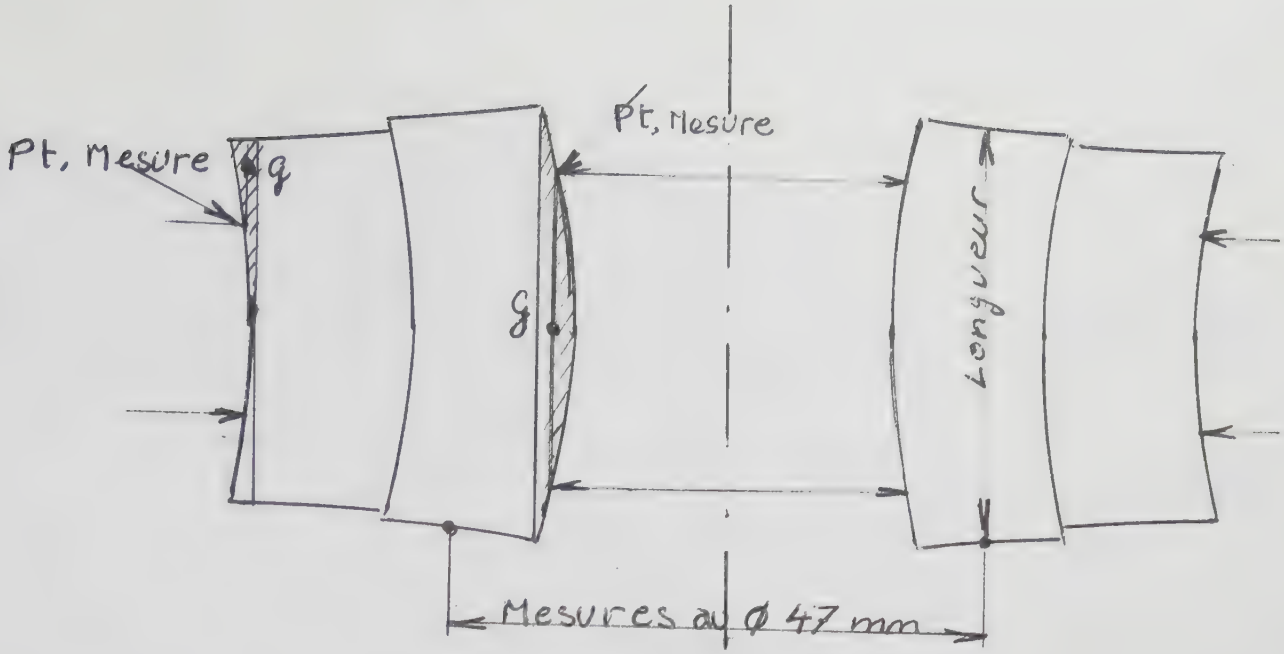
Le graphique laisse supposer que l'interpénétration des surfaces, soit géométriquement, soit au niveau de contraintes, est inférieure à I µm.

RESULTATS.

SURFACES DE DEFORMATION.

Les relevés de déformations des génératrices sur Talysurf nous permettent de préciser un schéma de déformation des bagues. Nous constatons comme prévu, que le rayon de courbure des génératrices est plus petit vers le centre.
Les rayons générateurs des faces sont presque droits, soit une déformation (flèche) de 2 µm pour une hauteur de tronc de cône de I7 µm.
L'analyse des courbes nous permet d'établir que les mesures de déformations devaient être prises aux points indiqués sur le schéma.

.../...



CALCUL DE EA.

Pour nos essais :

$$Ea\,I = -\frac{19170 \cdot 3{,}6 \cdot 32 \cdot Sab}{2{,}85 \cdot 48 \cdot Sa1} - \frac{2{,}6 - \nu a}{2{,}85}$$

$$Ea\,II = \frac{19170 \cdot 48 \cdot (2{,}6 - \nu a)\, Sb2}{72 \cdot 1{,}6 \cdot Sab - 2{,}85 \cdot 48 \cdot Sb2}$$

Soit Eb : module de Young de la bague extérieure
Ea : module de Young de la bague intérieure
Ea I : Module de Young de la bague intérieure calculé à l'aide de la striction intérieure SaI
Ea II : Module de Young de la bague intérieure calculé avec la striction extérieure Sb2.

Nous avons reproduit graphiquement les résultats obtenus avec les divers ensembles de bagues à serrages différents.

Les courbes de striction permettent de mieux déterminer la limite élastique que les courbes de module, car les strictions étant proportionnelles au serrage, nous avons un point supplémentaire en 0 pour les construire. Elles sont droites, au-deçà de la limite élastique et s'infléchissent lorsque l'on passe en régime plastique.

Dans la zône élastique, les points de mesure non alignés sur les droites peuvent n'être qu'entachés d'erreur de mesure prévue par le calcul si leur écart est $\leqslant 2\ \mu m$.. Ils sont aberrants par suite d'une hétérogénéité de la matière éprouvée ou tout autre phénomène physique si leur écart est $> 2\ \mu m$.

Les valeurs de Ea à retenir sont celles obtenues avec le serrage maximal pour des points de striction bien alignés dans la zône élastique. Plus la valeur de Ea s'écarte de la valeur de Eb, plus il faut donner une préférence aux valeurs données par EaI sur celles données par Ea II.

ANALYSE DES COURBES.

Nous avions tracé les courbes pour les mesures au centre, à IImm du centre, et à l'extrémité des bagues. Les résultats sont aberrants et nous ne les reproduisons pas.

Nous donnons les courbes obtenues avec les valeurs au centre de gravité G. décrit précédemment.

Graphique 4I - ACIER 35 NC I5 TRAITE.

La limite élastique n'est pas atteinte.
Ea est plus fort que le module à la traction.

Graphique 42 - ACIER 35 NC I5 NON TRAITE.

La limite élastique est atteinte pour un serrage de II6 µm, avant la valeur donnée par la limite élastique à la traction.
Ea est identique au module à la traction.

Graphique 43 - ACIER NC 6 TRAITE.

La limite élastique a été atteinte pour un serrage de 74 µm, très nettement avant la limite à la traction.
Ea est plus fort que le module à la traction.

GRaphique 44 - ACIER I6 NC 6 NON TRAITE.

La limite élastique a été atteinte pour un serrage de II6 µm, avant la valeur donnée par la limite élastique à la traction.
Ea est plus fort que le module à la traction.

Graphique 45 - FONTE ACICULAIRE.

La limite élastique n'est pas atteinte.
Ea est identique au module à la traction.

Graphique 46 - BRONZE ECROUI.

La limite élastique ne paraît pas atteinte.
Ea est plus faible que le module à la traction.

Graphique 47 - BRONZE RECUIT.

La limite élastique est dépassée pour un serrage de 57 µm.
Ea serait égal à 8.000 d'après les deux premiers serrages. Même en tenant compte de l'erreur importante possible Ea serait plus faible que le module de traction.

Graphique 48 - LAITON ECROUI.

La limite élastique est atteinte pour un serrage de 97 µm comme prévue avec la limite élastique à la traction.
Ea est identique au module de traction.

Graphique 49 - LAITON RECUIT.

La limite élastique paraît atteinte vers un serrage de 60 µm, comme prévue avec la limite élastique à la traction.
Compte tenu des erreurs de mesure, nous ne pourrons pas certifié la validité de Ea.

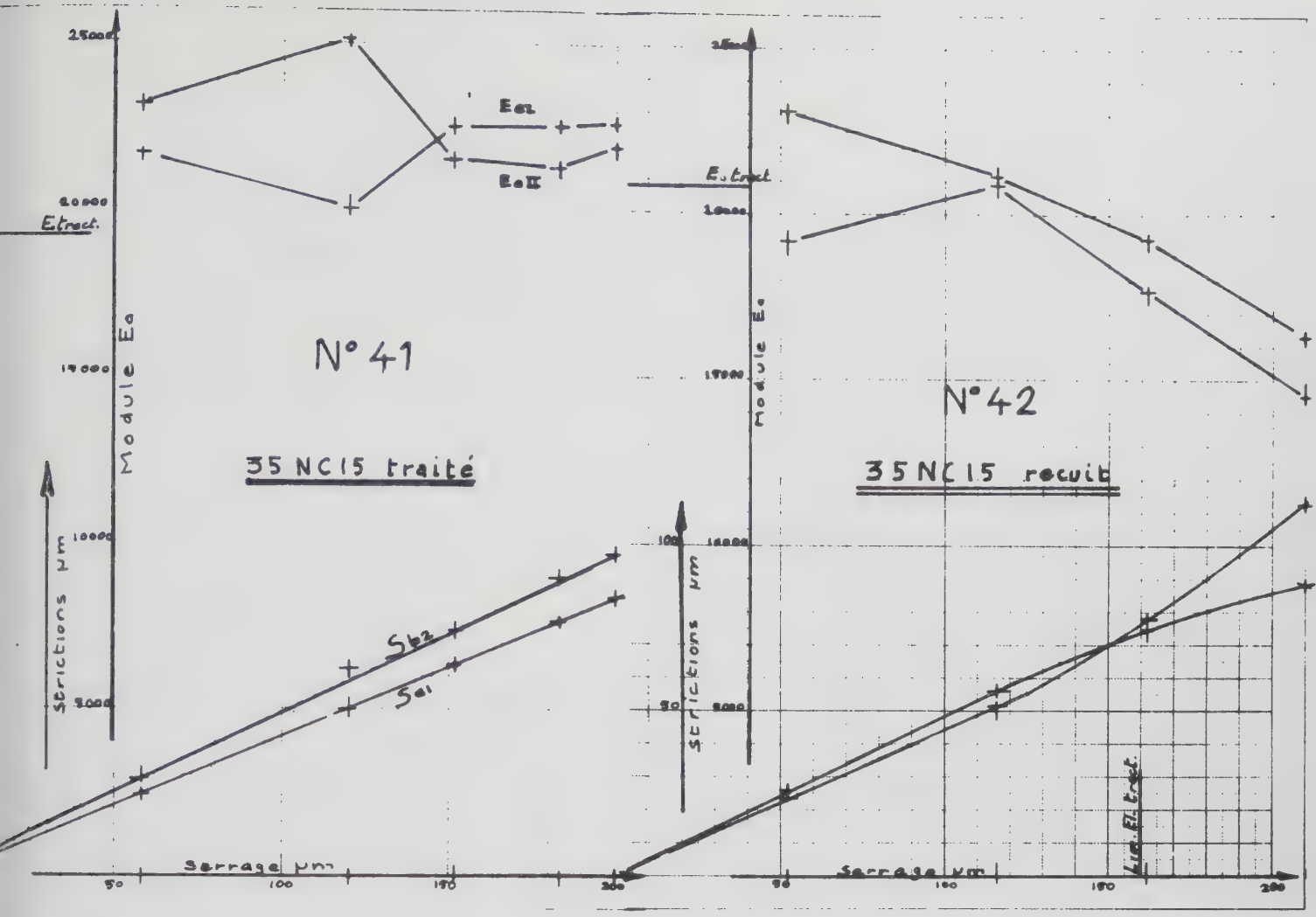
Graphique 50 - ACIER INOX

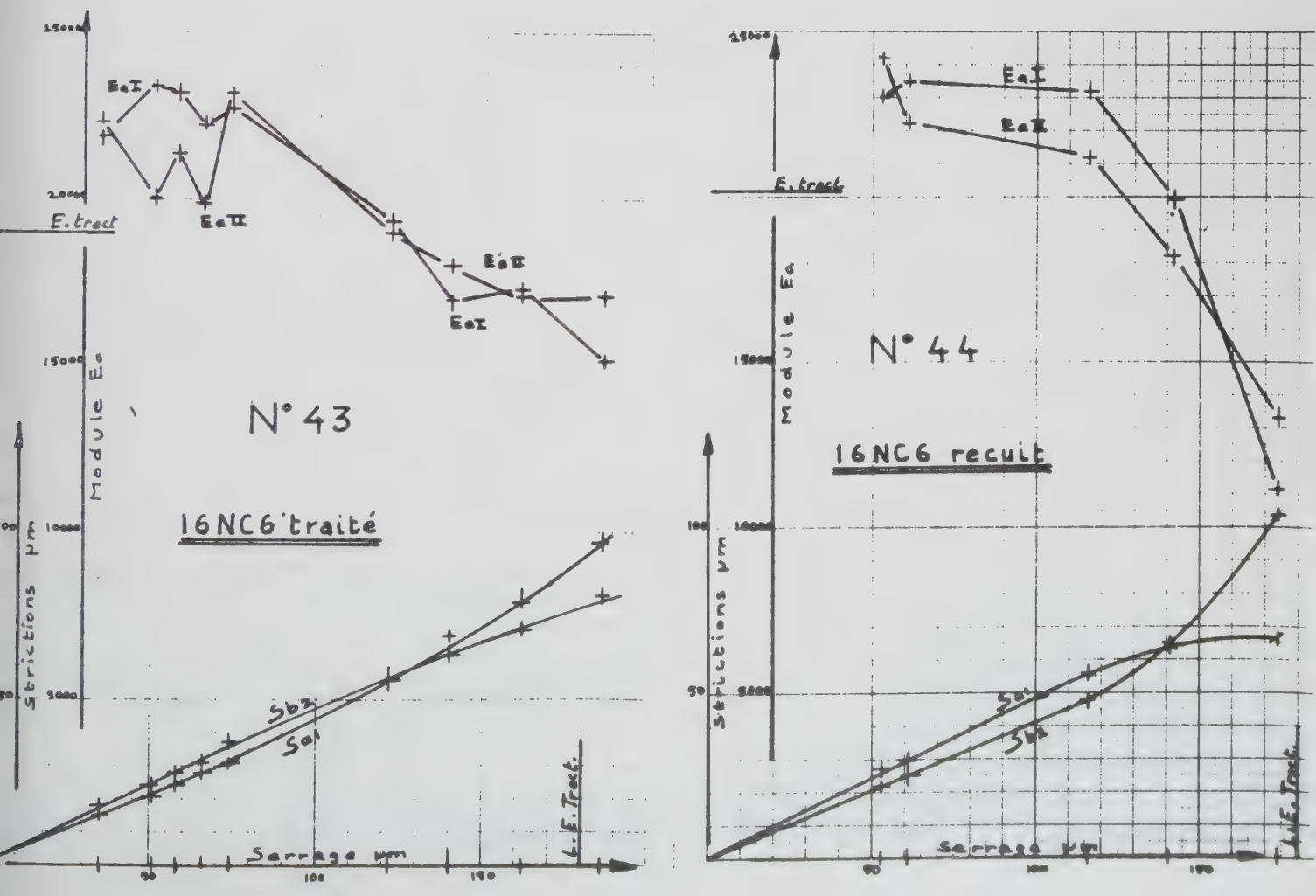
La limite élastique a été atteinte vers un serrage de 50 µm, comme prévue par le calcul.
Compte tenu des erreurs, nous ne pourrons pas conclure sur la valeur de Ea.

Graphique 5I - DURALUMIN AU 4 G.

La limite élastique a été atteinte au-delà d'un serrage de I93 µm, comme prévue avec le module à la traction.
Ea est à peine plus faible que le module de traction, avant la première déformation.

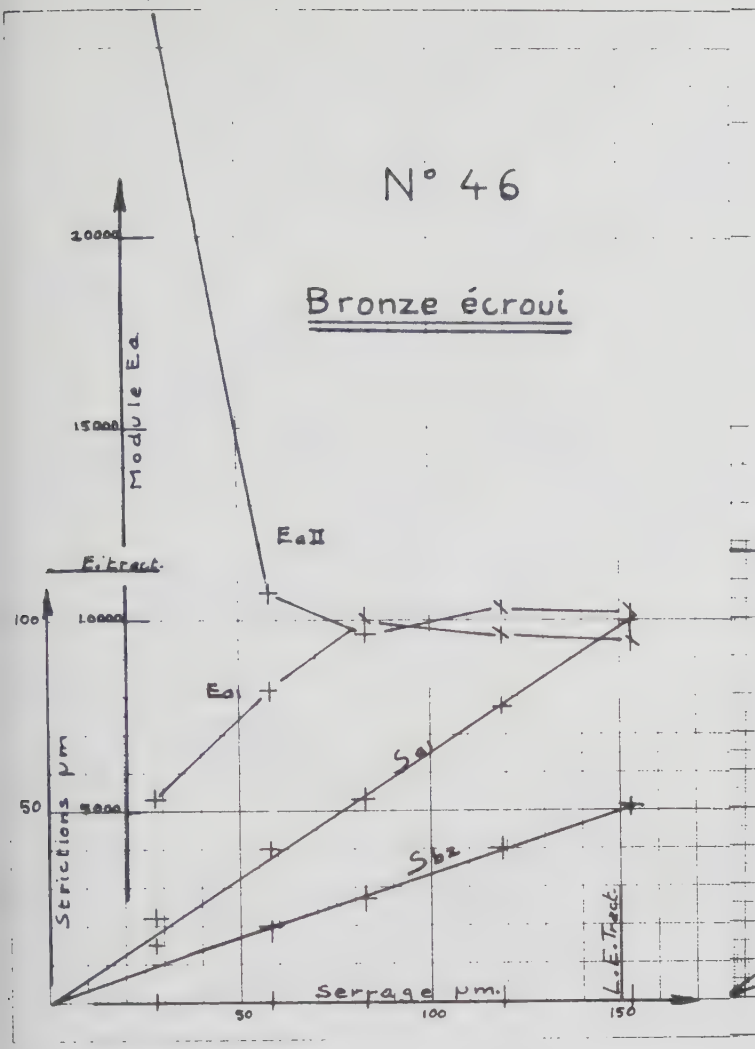
.../...


N° 41
35 NC 15 traité
Module Ea
E.tract.
Ea I
Ea II
Striction µm
Sb2
Sa1
Serrage µm
N° 42
35 NC 15 recuit
Lim. El. tract.


N° 43
16 NC 6 traité
N° 44
16 NC 6 recuit
Module Ea
E. tract
Striction µm
Serrage µm
L.E. Tract.

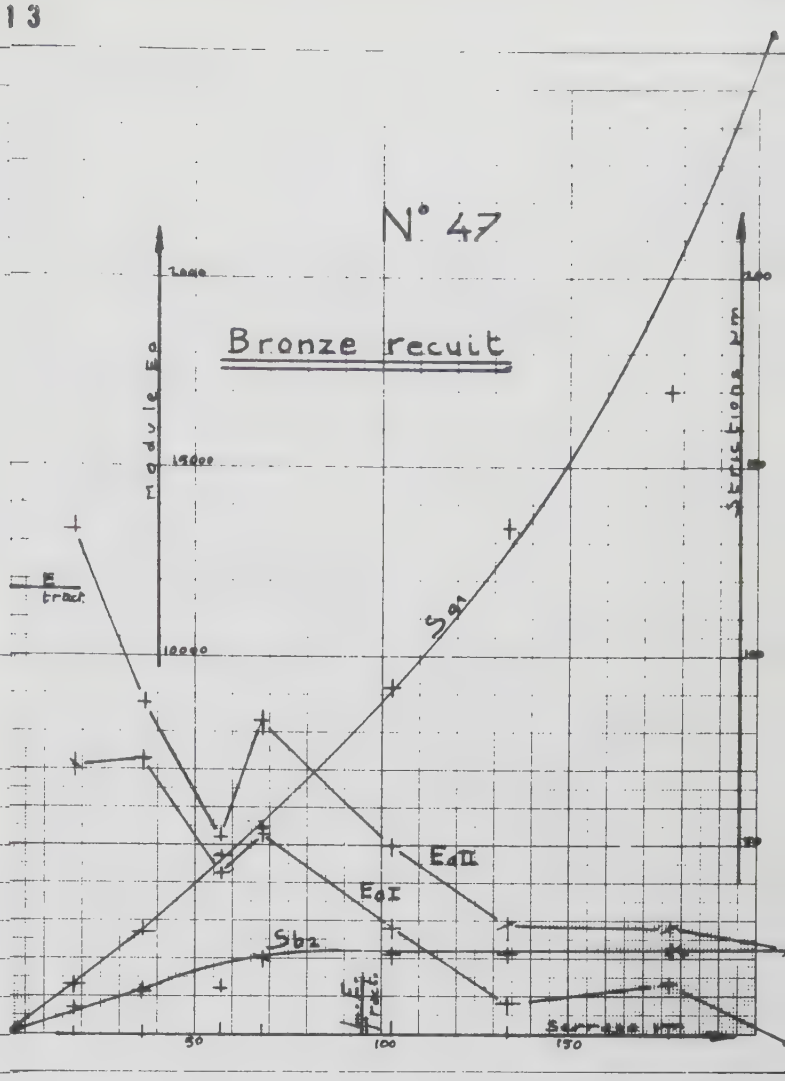
N° 46

Bronze écroui



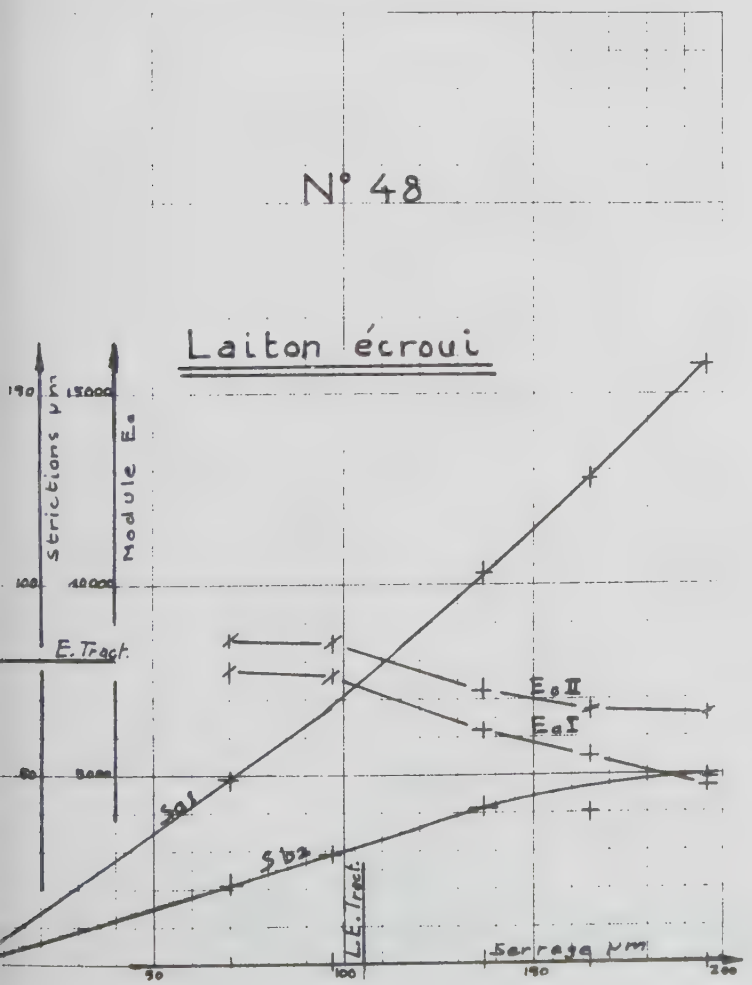
N° 47

Bronze recuit



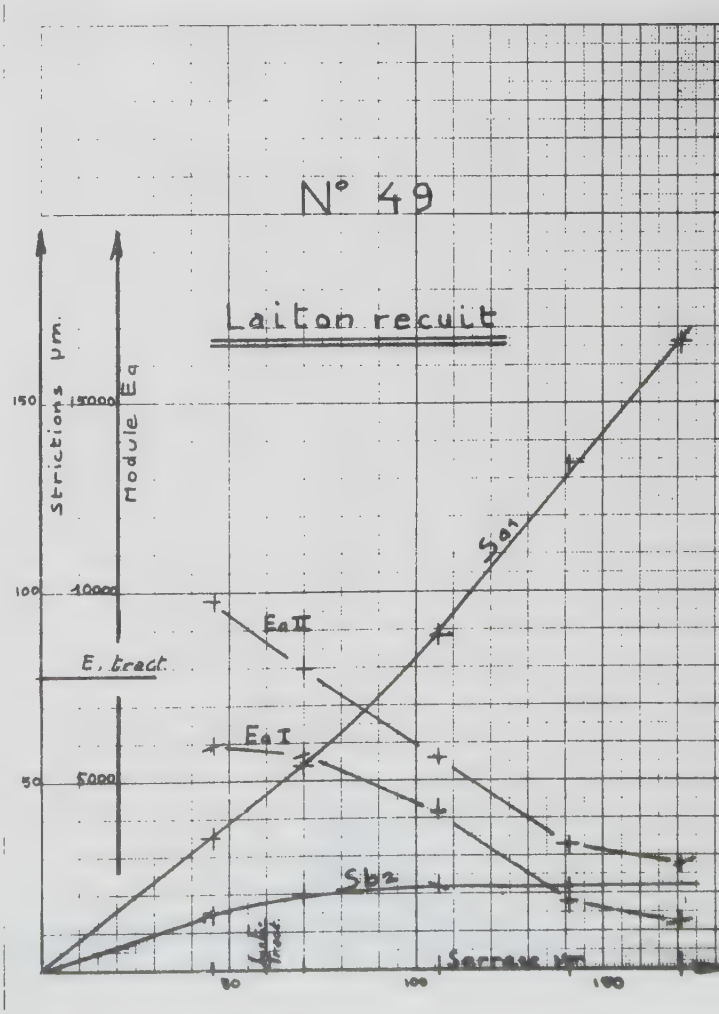
N° 48

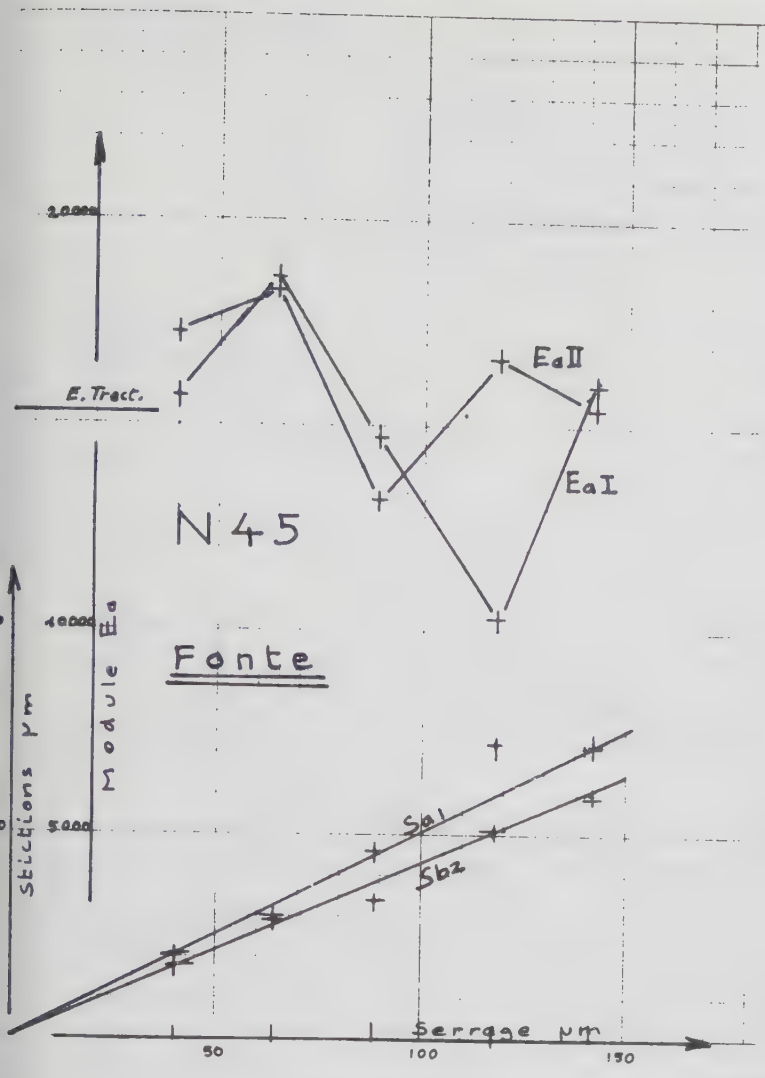
Laiton écroui

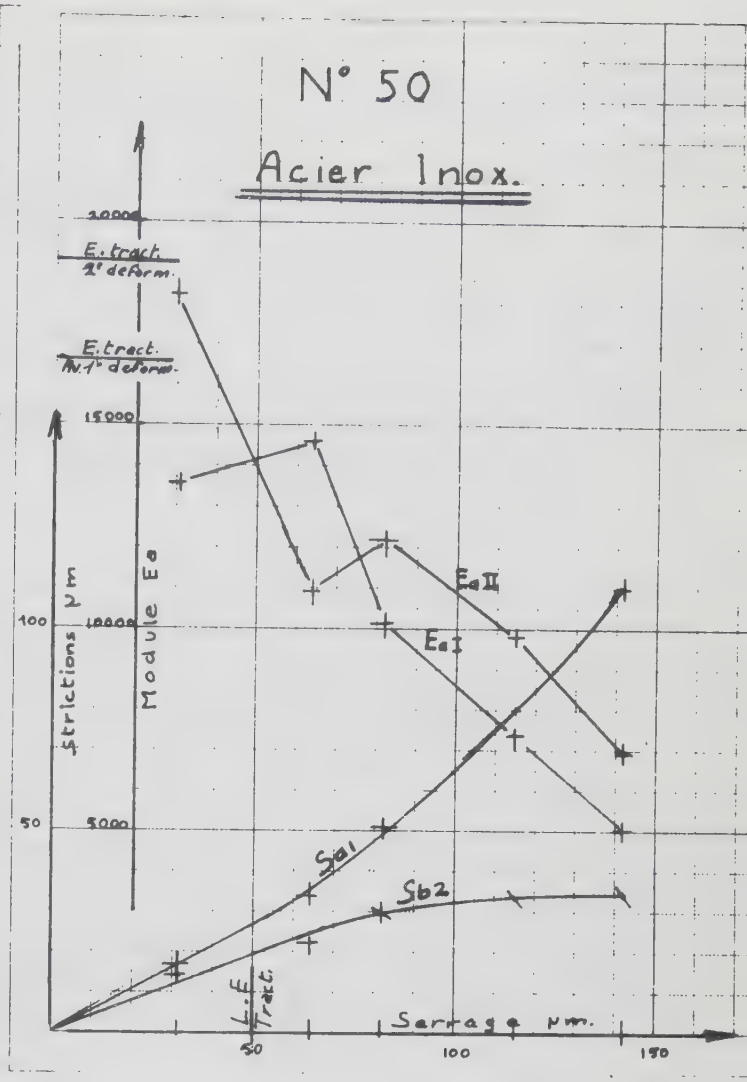


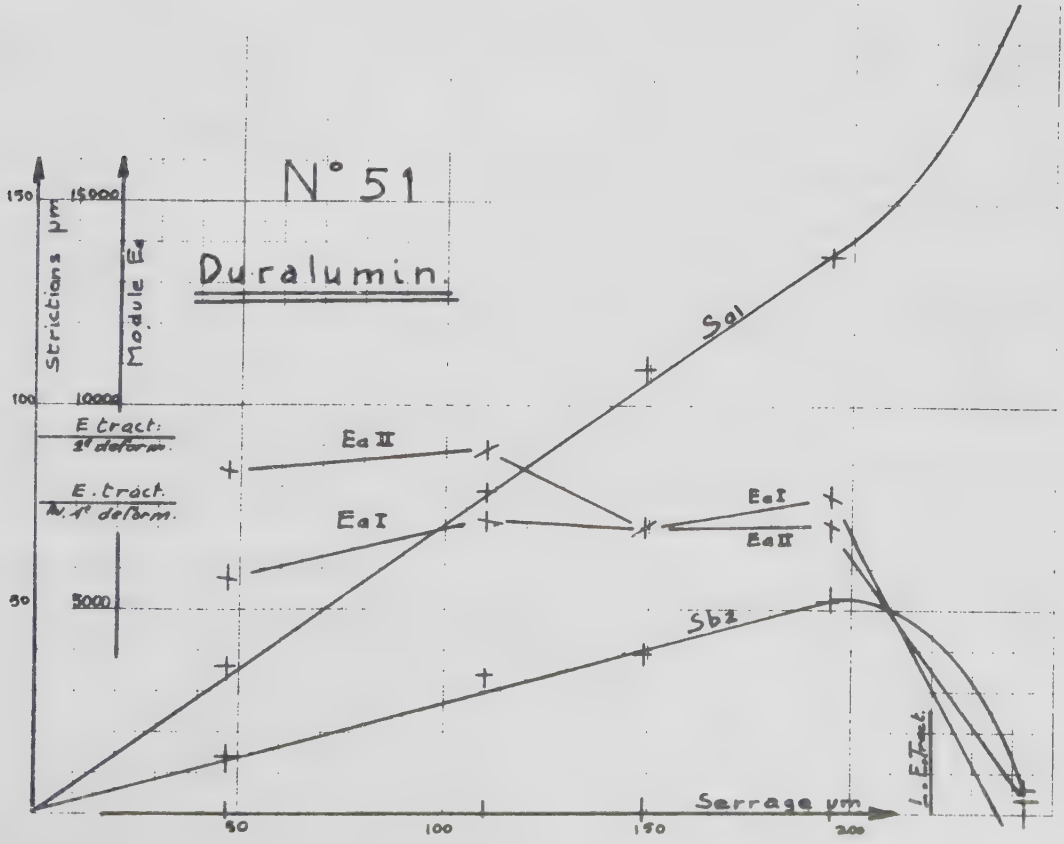
N° 49

Laiton recuit




N 45
Fonte
E. Tract.
Module Ea
Strictions µm
EaII
EaI
Sa1
Sb2
Serrage µm
50
100
150


N° 50
Acier Inox.
E. tract. 2° deform.
E. tract. N. 1° deform.
Module Ea
Strictions µm
EaII
EaI
Sa1
Sb2
L.E. Tract.
Serrage µm.
50
100
150


N° 51
Duralumin
Strictions µm
Module Ea
E tract. 2° deform.
E. tract. N. 1° deform.
EaII
EaI
Sa1
Sb2
L. E. Tract.
Serrage µm
50
100
150
200

CALCUL de νa.

Soit Aa = Variation de longueur de la bague extérieure à la moyenne arithmétique des rayons intérieur et extérieur.

Aag = Variation de longueur de la bague interne à la moyenne géométrique des rayons intérieur et extérieur.

La courbe de νa a été calculée de deux manières :

au trait fin : avec Aa et un module de Young unique, évalué précédemment

au trait fort : avec Aag et le module de Young calculé pour chaque bague

Nous constatons que cette méthode donne des résultats plus constants, surtout lorsque l'on atteint le régime de plasticité.
Ces courbes ont été tracées sans tenir compte des contraintes à l'interface, suivant la formule

ANALYSE DES COURBES.

Graphique 52 - Acier 35 NC I5 traité.

La valeur de 0,25 trouvée aux serrages les plus forts correspond à la valeur trouvée pour le coefficient à la traction νb et utilisée dans nos calculs.

Graphique 53 - ACIER NC I5 recuit.

La valeur trouvée est plus forte que pour l'acier 35 NC I5 traité.

Graphique 54-55 - ACIER I6 NC 6.

A l'inverse de l'acier 35 NC I5, les valeurs sont plus fortes pour l'acier traité. Le calcul d'erreur démontre toutefois que ces valeurs peuvent être inverses : 0,28 pour l'acier recuit et 0,25 pour l'acier traité.

Graphique 56 - FONTE.

Le coefficient ne paraît pas constant, malgré que la limite d'élasticité ne soit pas atteinte. Il faudrait admettre que la structure de la matière n'admettrait pas les lois de l'élasticité classique.

Graphique 57 - ACIER INOX.

Les valeurs sont restées constantes même au début du régime plastique.

Graphique 58-59 - BRONZE RECUIT ET ECROUI.

Pour le bronze recuit le coefficient dépasse 0,4 et il se situe vers 0,38 pour le bronze écroui. Le calcul d'erreur démontre que les coefficients pourraient être les mêmes dans les deux cas.

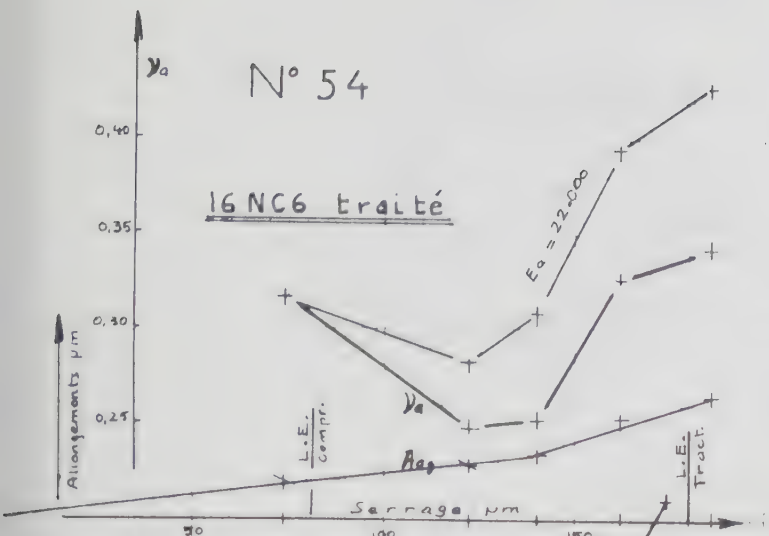
Graphique 60 et 6I. LAITON RECUIT ET ECROUI.

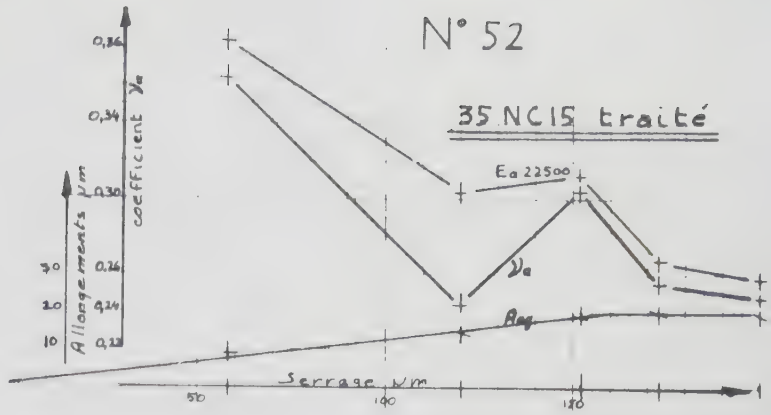
Nous retrouvons dans les deux cas un coefficient de l'ordre de 0,4 comme pour le bronze.

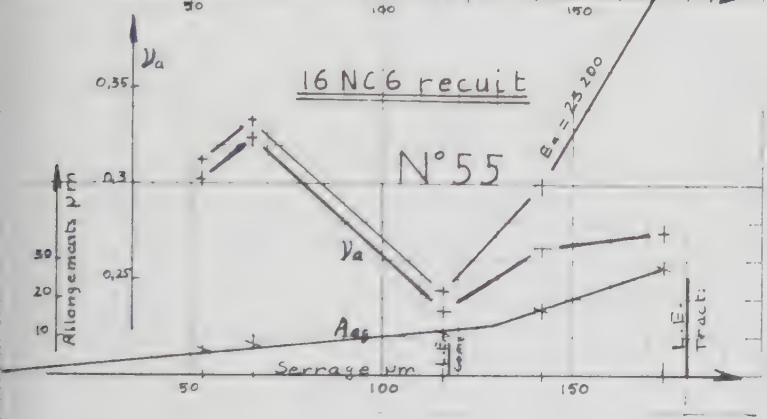
Graphique 62 - DURALUMIN.

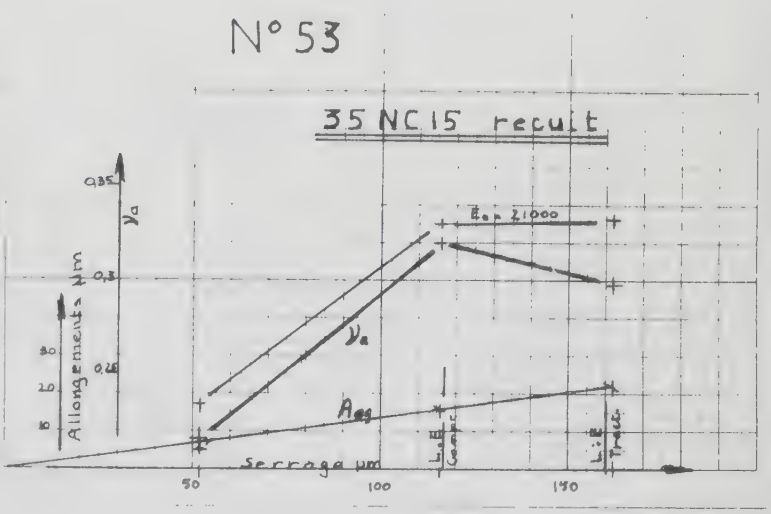
Contrairement aux autres matières la courbe de νa s'infléchit sitôt la limite élastique atteinte.

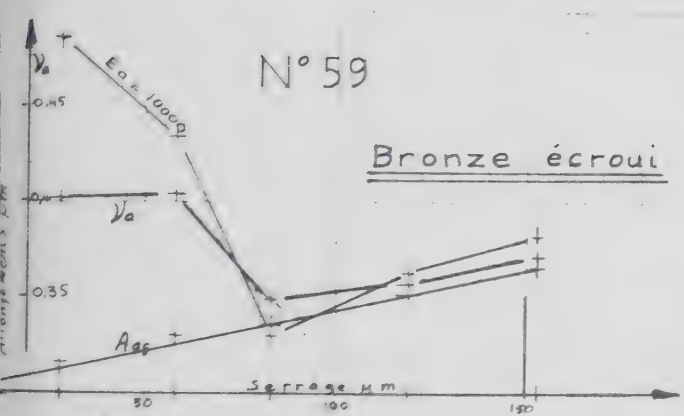
.../...

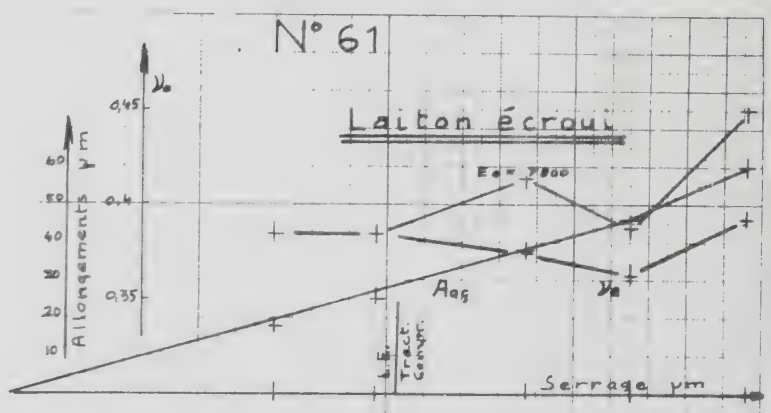

N° 54
16 NC6 traité
Ea = 22 000
Allongements µm
Serrage µm
L.E. compr.
L.E. Tract.

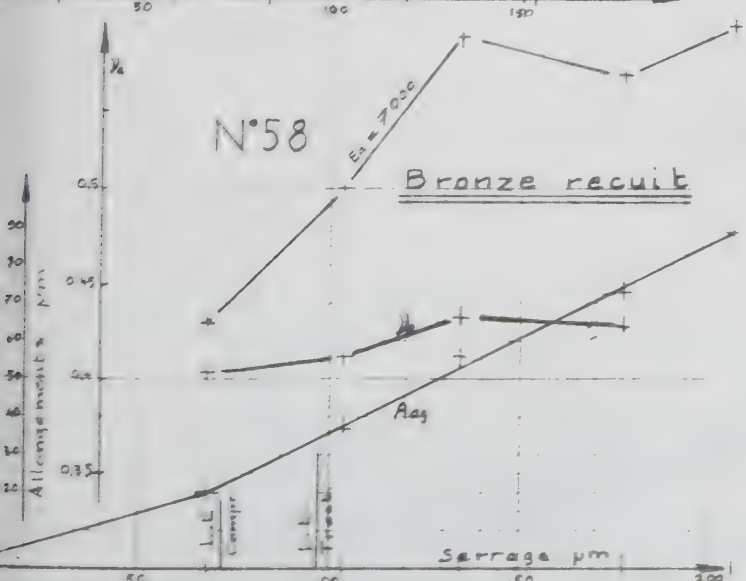

N° 52
35 NC15 traité
Ea 22500
coefficient
Allongements µm
Serrage µm

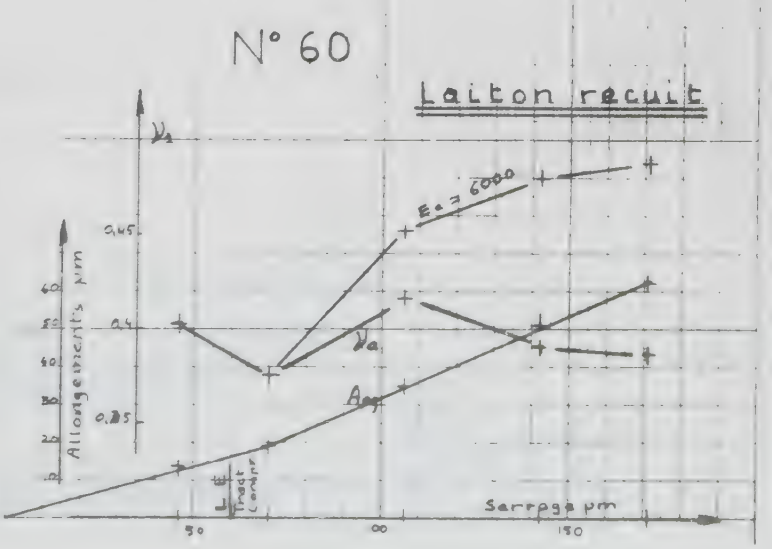

16 NC6 recuit
N° 55
Ea = 23 200
Allongements µm
Serrage µm

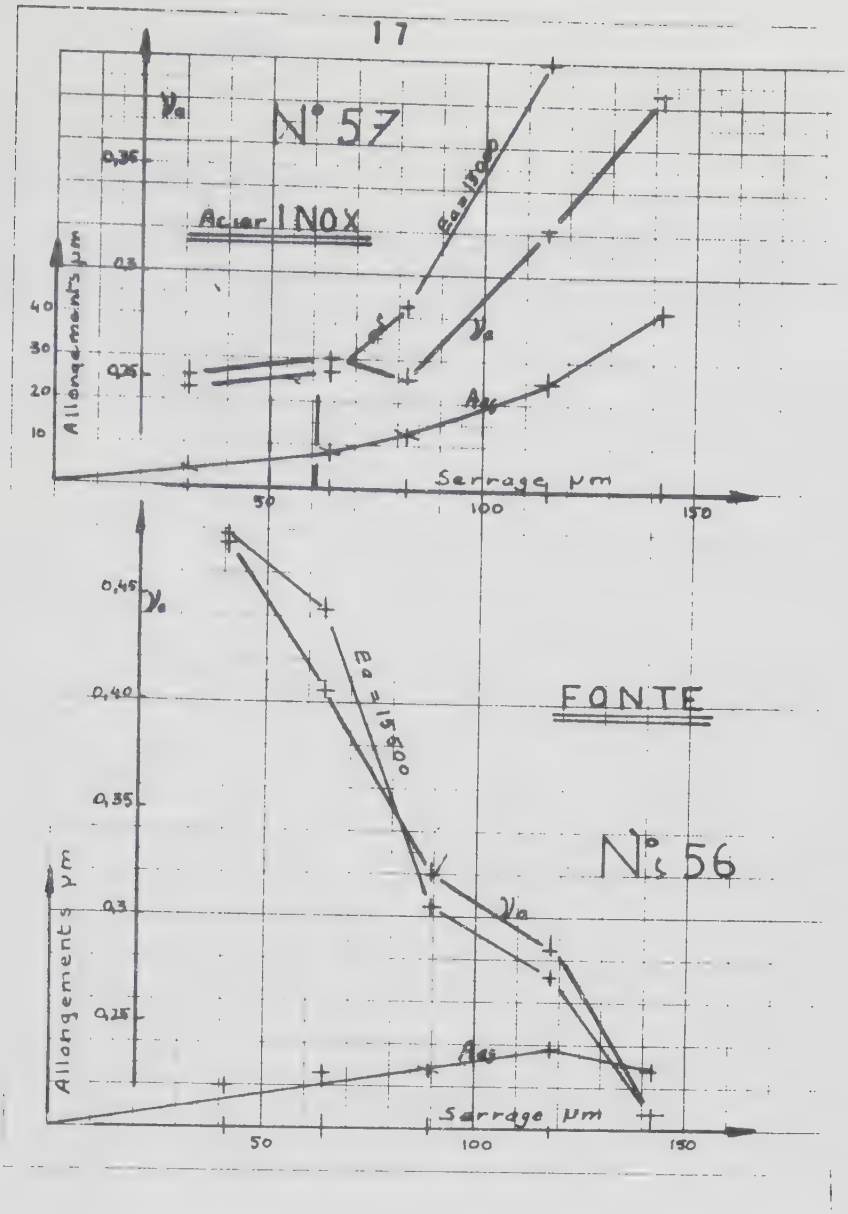

N° 53
35 NC15 recuit
Allongements µm
Serrage µm


N° 59
Bronze écroui
Allongements µm
Serrage µm


N° 61
Laiton écroui
Allongements µm
Serrage µm


N° 58
Bronze recuit
Allongements µm
Serrage µm


N° 60
Laiton recuit
Allongements µm
Serrage µm


N° 57
Acier INOX
Ea = 15000
Allongements µm
Serrage µm
N° 56
FONTE
Ea = 15500
N° 62
Duralumin
Ea = 7000
Tract. Compr

CONCLUSIONS D'INFORMATION :

Nous ne reproduisons pas dans ce texte les calculs d'erreur sur E et ν : Nous donnons dans ce tableau les valeurs des coefficients à la traction et à la compression que nous avons obtenues.

Matière	Traction			Compression				
	E	Erreur	Limite élastique	E	Erreur	ν	Erreur	Limite élastique
35 NC I5 Traité	I9 I70	350	90	20 9I0	2 200	0,32	0,04	
35 NC I5 Recuit	20 880	770	45,5	22 630	I 400	0,25	0,03	= tract.
I6 NC 6 Traité	I9 040	635	50,7	23 200	I 0I0	0,23	0,05	30
I6 NC 6 Recuit	20 2I0	8I0	28	22 730	4680	0,32	0,07	20
Fonte Aciculaire	I5 340	920	Rupt.	I6 030	I 200	0,2I	0,03	
Inox ZI0 NC I8.09	I ère déf I6 670 / 2ème déf I9 040	I 300	I3,5	I4 580	I 780	0,25	0,04	= tract.
Duralumin AU 4 G	I ère déf 7 660 / 2ème déf 9 200	330	33	7 7I0	4I0	0,3I	0,03	= tract.
Bronze UEP9 Ecroui	II 320	435	20,7	9 430	730	0,37	0,02	= tract.
Bronze Recuit	II 830	620	I3,2			0,4I	0,04	6
Laiton UZ 39 PbI écroui	8 0I0	I95	I8,5	7 760	980	0,39	0,03	= tract.
Laiton recuit	7 820	270	I0,6	5 660	I 240	0,37	0,04	= tract

Compte tenu des erreurs de mesure, les valeurs de module de Young sont identiques lorsqu'elles sont calculées par la striction intérieure ou la striction extérieure.

Même en tenant compte des erreurs sur les paramètres utilisés νb, Eb et νa, lesrésultats obtenus sont intéressants.

.../...

Nous excepterons, toutefois, l'acier inoxydable, le bronze recuit et le laiton recuit qui ont flué plus rapidement que nous l'escomptions et qui nécessiteraient une recherche avec des serrages plus faibles assortis d'une plus grande précision.

Les valeurs trouvées pour les coefficients de POISSON sont également intéressantes, malgré l'importance des erreurs de mesure.

Les contraintes à l'interface ont peu d'influence sur la valeur du module de Young et peuvent être négligées.

Si l'on tient compte des contraintes à l'interface et en supposant qu'aucun glissement n'intervient entre les deux bagues, le champ de forces serait croissant du centre jusqu'aux extrémités. La valeur de νa devrait alors être augmentée de 0,0I à 0,02. En réalité, la zône de non glissement est très étroite et l'erreur commise dans le calcul simplifié peut être négligée au regard des erreurs de mesure.

Si l'on utilise le faux module Ea trouvé pour l'essai, le coefficient de POISSON peut être calculé même lorsque l'on atteint le régime plastique. Le duralumin ferait exception à cette possibilité. Pour cette matière, le module de YOUNG paraît constant, mais le coefficient νa décroît très rapidement avec l'augmentation des contraintes.

Nous avons sciemment utilisé des bagues rectifiées finement, sans superfinition, et effectué nos mesures sur des machines couramment répandues dans l'industrie afin de rendre la méthode accessible à de nombreux utilisateurs.
Les valeurs trouvées sont cohérentes, mais cette précision de mesure courante risque d'introduire des erreurs importantes dans les résultats exprimés.

Nous avons détecté avec certitude quelques comportements rhéologiques particuliers à certains métaux :

- limite élastique plus faible à la compression pour l'acier I6NC6 traité ou recuit et le bronze recuit
- module de YOUNG à la compression non constant pour la fonte.
- d'autres singularités apparaissent avec moins de certitude, et il serait nécessaire d'effectuer des mesures avec plus de précision pour les confirmer.

Une superfinition avec des erreurs de mesure de diamètre et de longueur de l'ordre de 0,0005mm, devrait permettre d'obtenir des valeurs de E et ν avec des erreurs maximales de 500 et 0,02. En utilisant la même frette avec plusieurs bagues d'épreuves emmanchées successivement il serait possible de mieux affiner les courbes de strictions, d'allongements et de modules.

L'augmentation de la limite élastique à la traction que nous avons fait ressortir est probablement due à des phénomènes de dislocation. Les écarts de limite d'élasticité en traction et en compression ainsi que les variations du module E et du coefficient ν en régime élastique et plastique que nous avons détectés pourraient s'expliquer en partie par la micro-anisotropie à la compression des métaux suivant leur mode de cristallisation.

Il est évident que si l'on voulait pousser cette étude, il serait peut-être nécessaire de ne plus linéariser les équations comme en élasticité plastique, et d'interpréter les déformations des génératrices et des faces avec le concours des équations données par les contraintes de cisaillement.

.../...

En dehors de cette recherche pure, la connaissance précise des coefficients de Lamé apportera une bonne contribution aux calculs d'ensembles mécaniques en régime élasto-plastique, où nous savons par exemple, que la puissance élastique d'un tube autofretté est égale au double de celle d'un tube monobloc de mêmes dimensions.

CONCLUSIONS PRATIQUES.

Une amélioration de la précision des résultats, c'est-à-dire, de la réduction de la bande d'incertitude que nous avons fait ressortir pourra être apportée en respectant les précautions que nous avons prises lors de nos manipulations, auxquelles nous apportons quelques détails complémentaires :

Frette :- Utiliser, si possible, la même frette pour tous les essais.
- Mesurer son module de Young à la traction avec le maximum de précision, utiliser deux comparateurs diamètralement opposés pour la mesure de l'allongement de l'éprouvette de traction.
- Prévoir une superfinition des frettes permettant une mesure des diamètres intérieur et extérieur à moins de 0,0005mm, éventuellement à l'interféromètre.
- Les mesures précises de longueur sont inutiles.
- Relever les défauts géométriques des génératrices intérieurs et extérieurs, les défauts de circularité intérieure à 3,8 mm des faces et de circularité extérieure à 8 mm des faces.

Bagues d'épreuves :
- Prévoir une superfinition pour une mesure à moins de 0,5 µm pour les diamètres et les faces.
- Relever les défauts des génératrices intérieurs et extérieurs des faces.
- Relever les défauts de circularité des diamètres intérieur et extérieur à 3,8 mm de la face.
- Mesurer les longueurs sur une circonférence de 40,7 mm de diamètre.
- Afin de réduire l'erreur sur le serrage, effectuer les mesures en les orientant pour apparier les défauts de forme du diamètre extérieur avec ceux du diamètre intérieur de la frette.

Emmanchement : Graisser les bagues au suif et les essuyer soigneusement. Respecter l'orientation des mesures pour les emmanchements.

Mesures après emmanchement :
- Relever les déformations des génératrices intérieures et extérieures.
- Calculer graphiquement la position des points G des déformations intérieures et extérieures.
- Relever les défauts de circularité à ces positions.
- Effectuer les mesures de diamètre à ces positions.
- Contrôler si les différents graphiques de défauts de forme ne présentent pas d'anomalies avec ceux effectués avant emmanchement.
- Calculer les valeurs de serrage et de striction en tenant compte des défauts de forme et apporter les corrections éventuelles.
- Mesurer les longueurs des bagues aux mêmes points que lors des mesures avant emmanchement sans correction.

Extraction : Eliminer en copeaux, au tour, chaque bague éprouvée pour récupérer la frette sans dommage.

Calcul du coefficient : Utiliser des serrages suivant la répartition ci-dessous :

- Si l'on veut faire une recherche approfondie, ajouter quelques points supplémentaires au-delà de la limite élastique.
- Le calcul sera fait sans tenir compte des contraintes à l'interface.
- Calculer alternativement les coefficents Ea et νa en introduisant à chaque pas la valeur du coefficient précédent obtenu, jusqu'à leur valeur asymptotique.
- Etablir le calcul d'erreur en tenant compte de la précision des mesures et de la précision du module à la traction de la frette. Le coefficient νb de 0,25 pour la frette peut être considéré juste.

BIBLIOGRAPHIE.

(I)	Jean BLEVOT	Elasticité et Adaptation -(Technique de l'Ingénieur)
(2)	R. EPAIN	La résistance des réservoirs à hautes pressions (Conférence 2I.3 57)
(3)	Charles BOULET	Emmanchements -(Technique de l'Ingénieur)
(4)	S.P. MIGNY	Emmanchements à force et calcul des serrages
(5)	TSAI-CHEN-SOUNG	Buckling of circular cylindrical shells under external pressure
(6)	M. KAMMERER	Etude de calage de Roue- Notes diverses
(7)	S. TIMOSKENKO	Résistance des matériaux
(8)	BASSIERE - H. CHAPUIS et MATIAKH	Etude de la limite élastique des matériaux (Mémoires techniques du CETIM)
(9)	A. ESMAIL - EMAMDJOMEB	Etude par la méthode numérique du frettage des roues diverses (Thèse de Docteur Ingénieur à PARIS VI)
(IO)	J.EBBENI et ST-RYCHTER	Application de la méthode de Moiré pour la mesure du coefficient de POISSON des matériaux élastiques.
(II)	R.CABARAT	Mesure des constances élastiques des matériaux par procédé acoustique - Gautier - Villars
(I2)	P. GRIVET	Procédé électrostatique pour entretenir les vibrations des diapasons et verges.
(I3)	KIENZLE	Influence de l'état des surfaces sur les forces de blocage des ajustements avec serrage mécanique (Revue mécanique)
(I4)	P. GERMAIN	Mécanique des milieux continus
(I5)	B. PERSOZ et...	Introduction à l'étude de la rhéologie
(I6)	M. REINER	Rhéologie théorique
(I7)	P. GERMAIN	Cours de Plasticité à la Faculté des Sciences de Paris.